



Seguimos en Monte Carlo

María Jesús Vázquez Gallo



1. ¿Te acuerdas?
2. Simulación Monte Carlo.
3. Ejemplos. Software.
4. SABER MÁS.

Simular procesos: Método de Monte Carlo

Las Matemáticas y el desarrollo de los ordenadores nos permiten hoy en día crear modelos que simulan la realidad y nos ayudan a predecir el futuro.

Ya sabíamos que la potencia del método de Monte Carlo reside en que permite simular los efectos del azar, lo aleatorio, investigando una gran cantidad de escenarios diferentes.



resultados posibles a la vista → tomar decisiones más acertadas

Eso hace que pueda aplicarse tanto para las aplicaciones financieras como gestión de riesgos o el mercado de opciones y futuros, como la física de partículas, en los procesos de difusión o el movimiento browniano, o la organización industrial y la gestión de proyectos ...

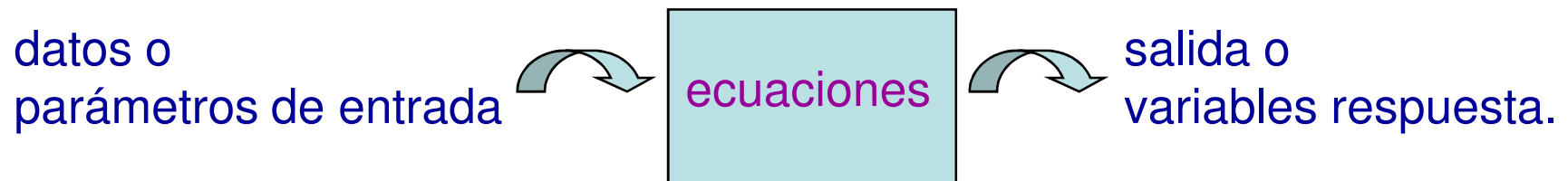
El método de Monte Carlo utiliza números aleatorios y probabilidad

Se trata de jugar a los dados con algún proceso en concreto y repetir la partida un número grande de veces, simulando el proceso en un ordenador:



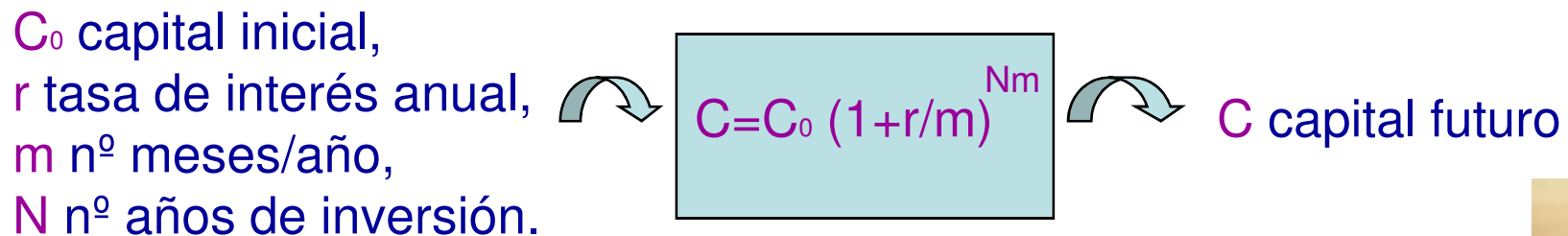
¡¡HAGAN JUEGO!!

Modelización matemática



1. Modelo **determinista**: entradas iguales → salidas iguales

Ejemplo: retorno de una inversión a interés compuesto mensual



pero ¿y si varía la tasa de interés?, ¿y si?, ¿caso mejor/caso peor?

Escenarios: cambiamos entradas y recalculamos.

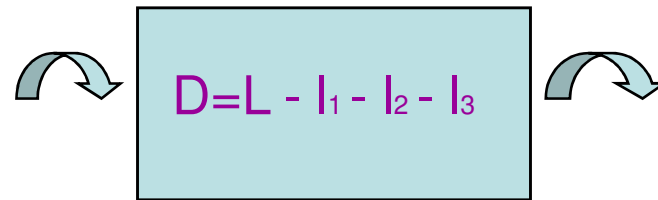


2. Modelo **estocástico**: involucra aleatoriedad y probabilidad

Ejemplo: ensamblaje de piezas

Hemos fabricado un millón de piezas para ensamblar en cierto hueco.

l_1 longitud pieza 1,
 l_2 longitud pieza 2,
 l_3 longitud pieza 3,
 L longitud hueco.



D longitud hueco final

$D < 0 \leftrightarrow$ ensamblaje imposible ¿sucede?, ¿con qué probabilidad?

- tomamos longitudes piezas **aleatoriamente** y calculamos D muchas veces
- usar datos aleatorios convierte en estocástico el modelo determinista dado por $D = L - l_1 - l_2 - l_3$
- visualizamos los resultados y calculamos la **probabilidad** buscada

Última parte de los ejemplos: simulación **Monte Carlo** → se evalúa iterativamente (y un gran número de veces) un modelo usando como entradas datos escogidos aleatoriamente.

método **Monte Carlo** → método de análisis de propagación de incertidumbre

variación azarosa
falta de información
errores

→ ¿Cómo afectan a un sistema?

método **Monte Carlo** es un método de muestreo: al escoger los datos aleatoriamente, simulamos, por ejemplo, el muestreo de una población real.

¿Cómo escogerlos aleatoriamente?

Siguiendo cierta distribución de probabilidad, apropiada para los datos

Una **función de distribución de probabilidad** asigna a un evento aleatorio una probabilidad.

Ej. Distribución uniforme: todos los eventos la misma.

Al tirar una moneda, $P(\text{cara})=P(\text{cruz})$



Pasos simulación Monte Carlo:

1. Crear modelo con parámetros de entrada $y=f(x_1, x_2, \dots, x_q)$



2. Generar un conjunto de entradas aleatorias $x_{i1}, x_{i2}, \dots, x_{iq}$



3. Evaluar el modelo y almacenar los resultados $y_i = f(x_{i1}, x_{i2}, \dots, x_{iq})$

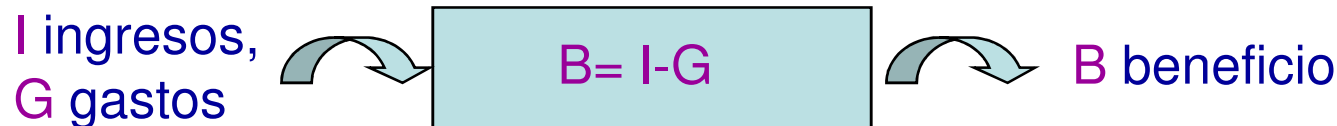


4. Repetir los pasos 2. y 3. para $i=1, \dots, n$.

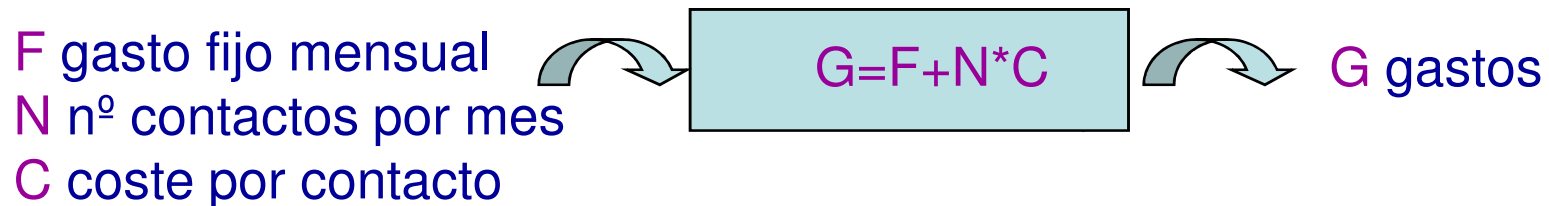
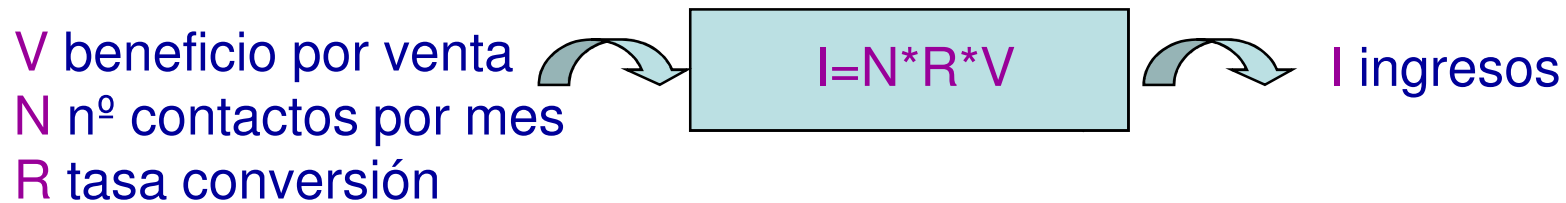


5. Analizar resultados usando histogramas, estadísticas, etc.

Ejemplo: Una compañía quiere estimar el beneficio mensual de lanzar un nuevo producto.



¿las entradas son independientes? Vamos a desglosarlas:



¿las entradas son independientes?

NO, el n° contactos por mes N influye en ambas \rightarrow sería mejor buscarlas independientes que manejar correlaciones entre ellas.

1. Crear modelo con parámetros de entrada $y=f(x_1, x_2, x_3, x_4)$

$x_1=V$ beneficio por venta
 $x_2=N$ nº contactos por mes
 $x_3=R$ tasa conversión
 $x_4=C$ coste por contacto

$B=N \cdot R \cdot V - (F + N \cdot C)$ B beneficio

¿por qué no ponemos F como una entrada ?

2. Generar un conjunto de entradas aleatorias $x_{i1}, x_{i2}, \dots, x_{i4}$

Usamos **distribución uniforme**:

Si una variable x_j tiene un valor mínimo m y otro máximo M , para generar un valor aleatorio de x_j entre m y M , por ejemplo, en **Excel**:

$$m + \text{RAND}() \cdot (M - m)$$

Colocamos los valores de cada variable entrada en una columna de una tabla

3. Evaluar el modelo y almacenar los resultados $y_i = f(X_{i1}, X_{i2}, X_{i3}, X_{i4})$

Colocamos la ecuación $B = N * R * V - (F + N * C)$ en una nueva columna

4. Repetir los pasos 2. y 3. para $i = 1, \dots, n$.

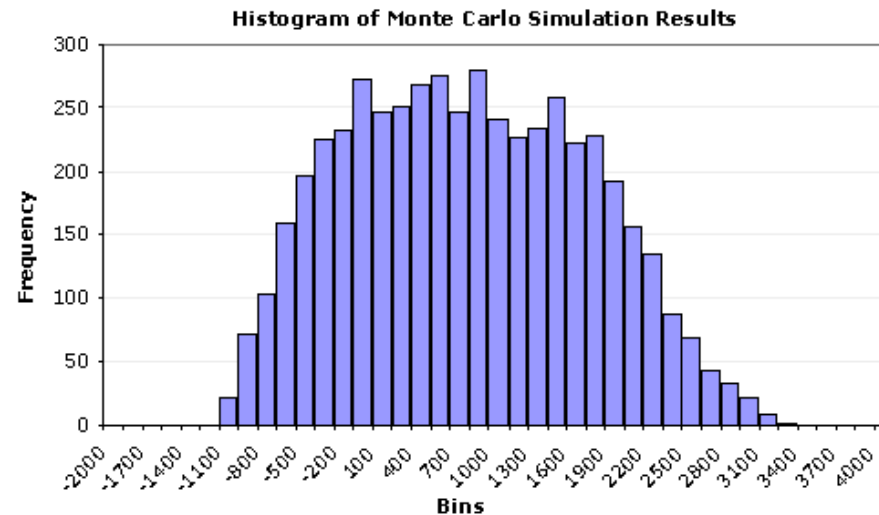
Para repetir el paso 2 y generar n valores de una entrada, se copia la fórmula en la columna correspondiente n veces.

Análogamente para repetir el paso 3.

Ojo: si el modelo es más complicado y no encaja en una sola fórmula, se puede crear una macro para evaluar iterativamente el modelo.

Ya tenemos en la columna que corresponde a **Beneficio**, n posibles valores (observaciones) de la única variable respuesta en este caso.

5. Analizar resultados usando histogramas, estadísticas, etc.



Histograma: en horizontal **beneficios**, en vertical **frecuencias**.

- beneficio casi siempre positivo.
- gran fluctuación del beneficio (desde -1.100 hasta 3.400).
- la distribución no es una normal perfecta.
- no se aprecian situaciones anómalas.

Estadísticas: se calcula **media**, **mediana**, **desviación típica**, etc.

Software:

- **Excel**, preferiblemente con los llamados “add-in” para Monte Carlo)
- **Matlab**, especialmente para n muy grande y evitando bucles que lo

ralentizan: `% Example Monte Carlo Simulation in Matlab`
`% Function: $y = x_2^2/x_1$`
`% % Generate n samples from a normal distribution`
`% $r = (\text{randn}(n,1) * \text{sd}) + \text{mu}$; mu : mean, sd : standard deviation`
`% % Generate n samples from a uniform distribution`
`% $r = a + \text{rand}(n,1) * (b-a)$; a : minimum; b : maximum`
`n = 100000;`
`% --- Generate vectors of random inputs; $x_1 \sim$ Normal distribution`
`% $x_2 \sim$ Uniform distribution`
`N(mean=100,sd=5)`
`U(a=5,b=15) $x_1 = (\text{randn}(n,1) * 5) + 100$; $x_2 = 5 + \text{rand}(n,1) * (15 - 5)$;`
`% --- Run the simulation`
`% Note the use of element-wise multiplication $y = x_2.^2 ./ x_1$;`
`% --- Create a histogram of the results (50 bins)); Calculate summary statistics`
`hist(y,50)`
`y_mean = mean(y)`
`y_std = std(y)`
`y_median = median(y)`

- Wittwer, J.W., "[Monte Carlo Simulation in Excel: A Practical Guide](#)"
From [Vertex42.com](#), June 1, 2004,
<http://vertex42.com/ExcelArticles/mc/>
- Eric W. Weisstein. "[Monte Carlo Method](#)." From [MathWorld](#)--A
Wolfram Web Resource.
- "[Introductory Econometrics via Monte Carlo Simulation with Microsoft Excel](#)." From
<http://www.wabash.edu/econometrics/home.htm>